

Propagation sur ligne sans pertes

Après avoir effectué une approche qualitative de la propagation des signaux sur les lignes sans pertes en régime impulsionnel et sinusoïdal, notre objectif est maintenant de se familiariser avec ces phénomènes à l'aide d'outils de simulation.

Nous utiliserons pour cela un simulateur Pspice intégré dans le logiciel Orcad version 9.x, dont la version de démonstration est disponible gratuitement sur le site ALS design :

<http://www.alsdesign.com>

Cette version est simplement limitée à 30 composants, ce qui suffit largement pour les simulations que nous souhaitons effectuer.

Les premières simulations étant très guidées, la connaissance du logiciel n'est pas indispensable ; en cas de problème, on pourra se référer au document « Démarrer avec Orcad Capture et Spice ».

Contrairement à l'approche habituelle, nous constaterons dans un premier temps que les résultats de la simulation sont bien cohérents avec notre approche qualitative, puis nous essaierons de mettre en équation les phénomènes.

L'étude portera dans un premier temps sur une ligne en régime impulsionnel, dont nous validerons les résultats avec la méthode de Bergeron. La simulation d'une transmission de signaux numériques sera ensuite proposée.

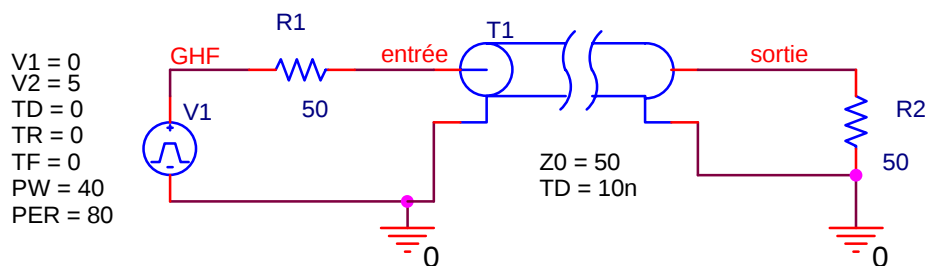
Dans une seconde partie, nous effectuerons une simulation en régime sinusoïdal, dont nous validerons les résultats au moyen des équations habituelles. Pour terminer nous étudierons une liaison entre la sortie d'un émetteur et son antenne.

1 Etude en régime impulsionnel

1.1 Attaque par un échelon de tension

1.1.1 Simulation

On se propose de simuler le montage suivant :



Pour cela :

Ouvrir un nouveau projet dans Orcad : **File/New/Project**, lui donner un nom et définir un nouveau répertoire pour le sauvegarder.

Choisir l'option **Analog or Mixed Signal Circuit Wizard** puis **OK**.

Vérifier que les bibliothèques **analog** et **source** sont bien présentes dans la liste, sinon les ajouter.

Sur la feuille qui vient de s'ouvrir, cliquer au milieu si la barre d'outils n'est pas présente sur le bord droit de l'écran.

Sur cette barre repérer les outils **Place part**, **Place wire**, **Place net alias** et **Place ground** (leur nom s'affiche si le pointeur de la souris reste dessus) ; ils permettent de positionner respectivement un composant, un fil (touche **échappe** pour terminer le fil), un nom de connexion et une masse.

A l'aide des outils entrer le schéma d'un générateur de type **Vpulse** (**bibliothèque source**) attaquant par l'intermédiaire de sa résistance interne (**bibliothèque analog**) une ligne (composant **T** de la **bibliothèque analog**) chargée par une résistance. Placer un symbole de masse (**0** de la **bibliothèque source** par l'icône **Place ground**) à l'entrée **et** à la sortie de la ligne.

Nous utiliserons pour modéliser la ligne le composant **T** de la bibliothèque **Capture\Library\Pspice\Analog**. Celui-ci nous permet de définir une ligne en précisant :

- soit l'impédance caractéristique Z_0 de la ligne et soit le temps de propagation TD du signal dans cette ligne
- soit l'impédance caractéristique Z_0 de la ligne et la longueur d'onde relative NL à une fréquence F , sachant que nous avons la relation $TD = NL/F$.

Nous opterons ici pour la première option, mieux adaptée au régime impulsionnel. Afin d'éviter des erreurs ultérieures, on rendra ces propriétés visibles au moyen de l'éditeur de propriétés (accès par **double clic gauche sur le composant**, puis sélectionner la propriété, puis **Display...** puis **Name and Value**).

Entrer les valeurs des différents éléments.

Pour cela, lorsque la valeur est affichée, il suffit de cliquer deux fois dessus en utilisant éventuellement le zoom (**zoom in +** de la barre d'outils du haut) pour être plus précis. Une boîte de dialogue s'ouvre alors permettant l'entrée d'une nouvelle valeur.

Lorsque rien n'est affiché, cliquer deux fois sur le composant ; ces propriétés apparaissent alors. Sélectionner la propriété recherchée puis **Display / Name and value** puis fermer la boîte de dialogue. Revenir à l'étape précédente pour entrer les valeurs.

On entrera les valeurs suivantes :

- 50 Ω pour les résistances
- une impulsion 0/5 V à partir de l'origine (**TD=0**), de temps de montée et descente nuls (**TR=0**, **TF=0**) de durée 40 ns (**PW=40n**) sur une période de 60 ns (**PER=80n**).
- une impédance caractéristique de 50 Ω pour la ligne avec un temps de propagation de 10 ns.

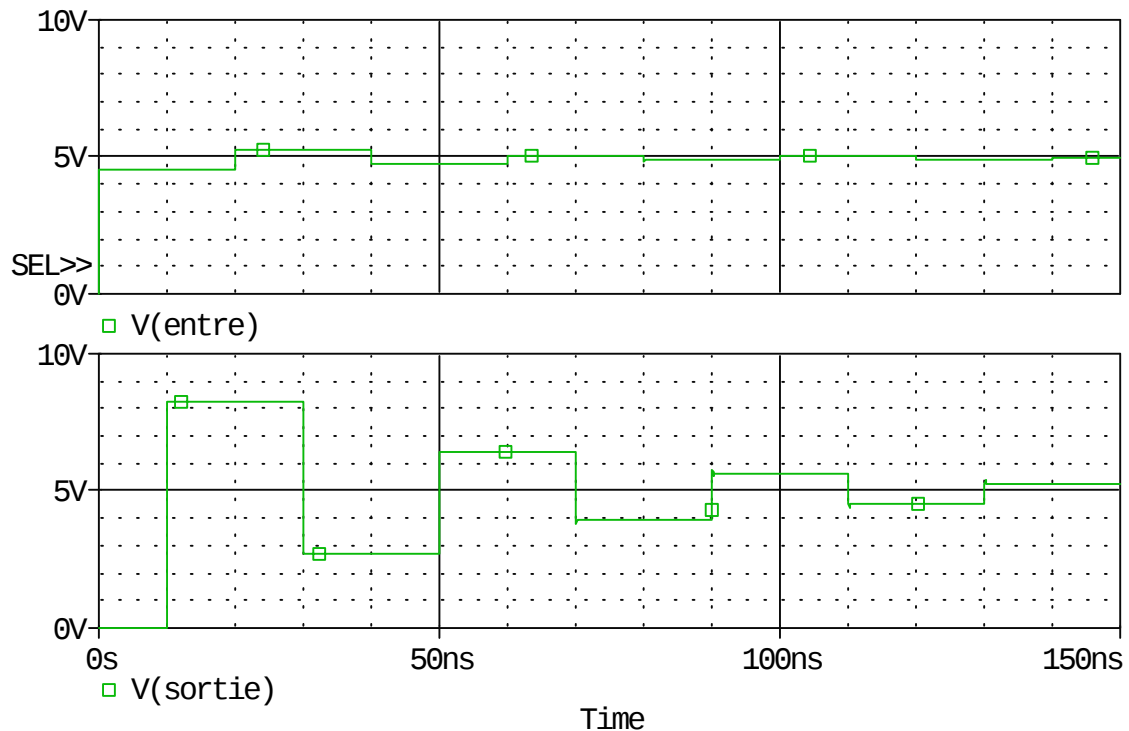
Créer un fichier de simulation avec l'icône **New Simulation Profil** de la barre d'outils du haut et choisir l'option **General Setting** pour un type d'analyse **Time Domain** avec une sauvegarde des données commençant à 0 ns (**Start Saving Data After**) jusqu'à 70 ns (**Run to Time**) pour un pas de 0,1 ns (**Maximum Step Size**). Valider également l'option **show last plot** de l'onglet **Probe Window** du profil.

Lancer la simulation avec l'icône **Run Pspice** de la barre d'outils du haut.

Sous la fenêtre d'affichage **Pspice** les menus **Plot** et **Trace** permettent d'ajouter et d'enlever respectivement des graphes et des courbes dans les graphes. Pour ajouter une courbe, sélectionner **Trace / Add trace** et ne valider que les options **Analog** et **Voltage**. Le menu **Plot / Axis Setting** permet de redéfinir les échelles d'affichage.

Observer le signal obtenu et justifier.

Modifier maintenant les paramètres, pour avoir une résistance du générateur de 5 Ω , une impédance caractéristique de 50 Ω et une résistance de charge de 500 Ω . Lancer une simulation sur 150 ns.



1.1.2 Validation théorique

Valider les résultats obtenus avec la méthode de Bergeron.

1.2 Transmission de signaux numériques

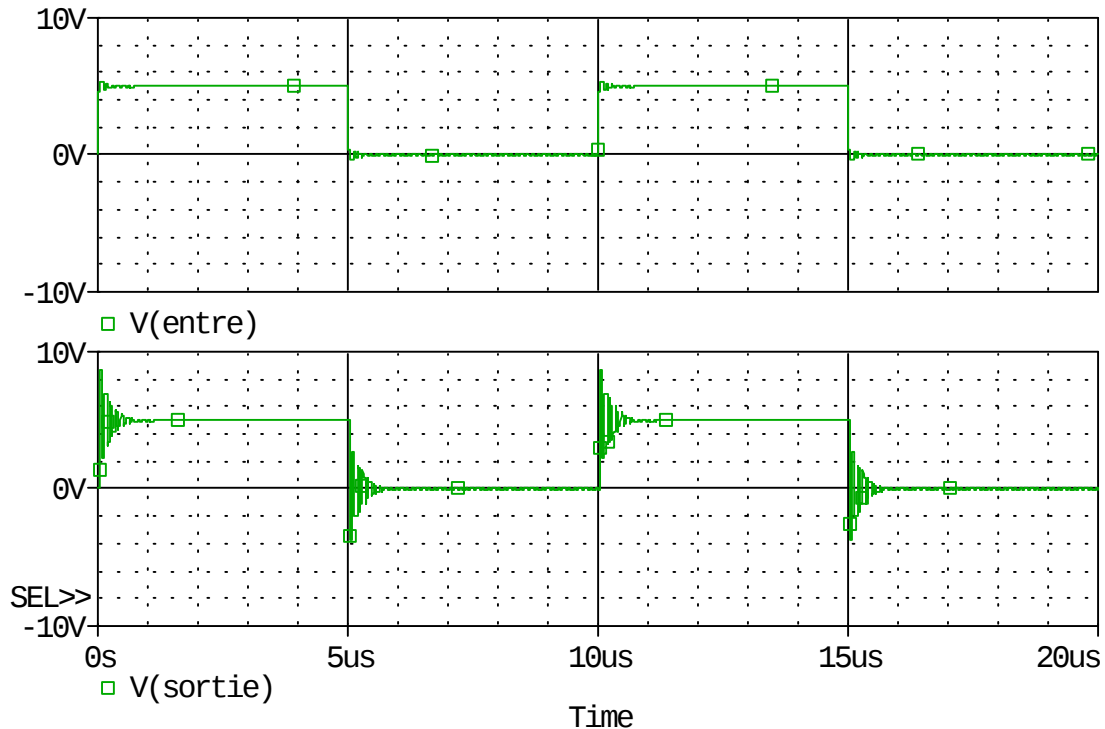
Nous allons maintenant appliquer ce que nous venons de voir à la transmission de signaux numériques. Afin de simplifier celle-ci, on se fait en code NRZ, mais les conclusions restent valables pour tout signal numérique en bande de base.

Nous gardons le même schéma et nous modifions simplement les valeurs des paramètres avec pour les résistances du générateur, de la ligne et de charge, respectivement $5\ \Omega$, $50\ \Omega$ et $1\ \text{k}\Omega$. Cette option correspond grossièrement à un câble coaxial $50\ \Omega$ attaqué par un générateur dont l'impédance de sortie est de faible valeur et chargé par un récepteur dont l'impédance d'entrée reste relativement importante. En d'autres termes, hormis le choix d'un câble coaxial, aucune précaution particulière n'a été prise pour cette transmission (la démonstration reste valable avec une paire torsadée –ligne téléphonique par exemple dont l'impédance caractéristique est $300\ \Omega$ –).

Le temps de propagation de la ligne (proportionnel à sa longueur) est fixé à 27 ns. Une valeur plus importante nécessiterait des temps de simulation trop grand ; on évitera également les valeurs multiples et sous multiples de la période du générateur, induisant des régimes particuliers.

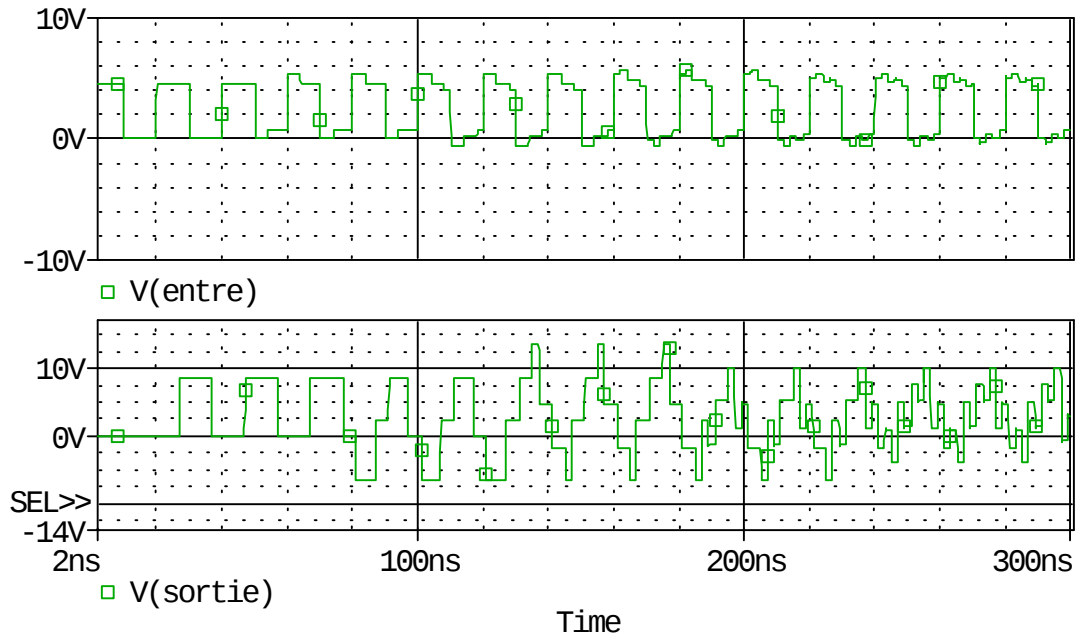
Afin de simplifier la conception du générateur d'attaque, nous considérerons qu'il envoie simplement une suite de niveaux logiques 0 et 1 de tension 0 et 5 V, dans un premier temps à une fréquence 100 kHz (rapport cyclique 0,5). L'affichage est fait sur $20\ \mu\text{s}$ avec un pas de calcul 1 ns.

propagation sur lignes sans pertes



Justifier l'allure des chronogrammes et les valeurs particulières.

Hormis les transitoires à chaque front, on ne constate pas de problèmes particuliers. Modifions maintenant le débit d'information en imposant au générateur d'entrée une période de 20 ns de période (et 0,1 ns de pas de calcul).

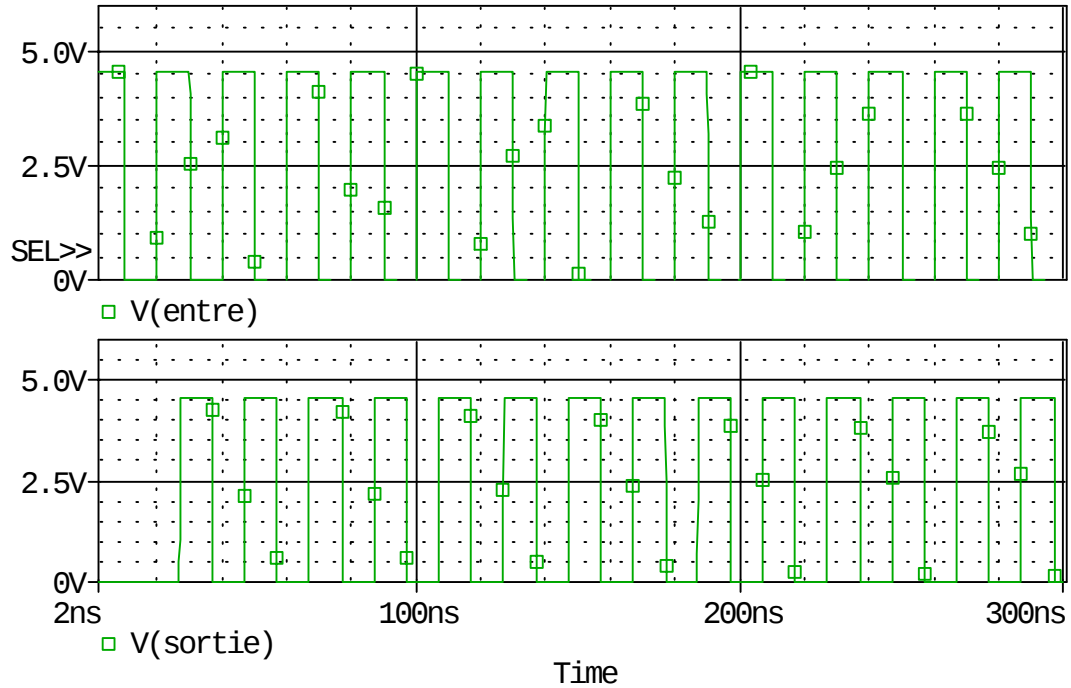


Après un régime transitoire de 54 ns (justifier cette valeur) on constate une forte dégradation du signal de sortie, rendant difficile (voir impossible) la lecture de l'information binaire.

En supposant qu'au niveaux du récepteur cette information soit lue en milieu de période, avec un seuil de lecture à 2,5 V, estimer la fréquence maximale de transmission. Vérifier par la simulation.

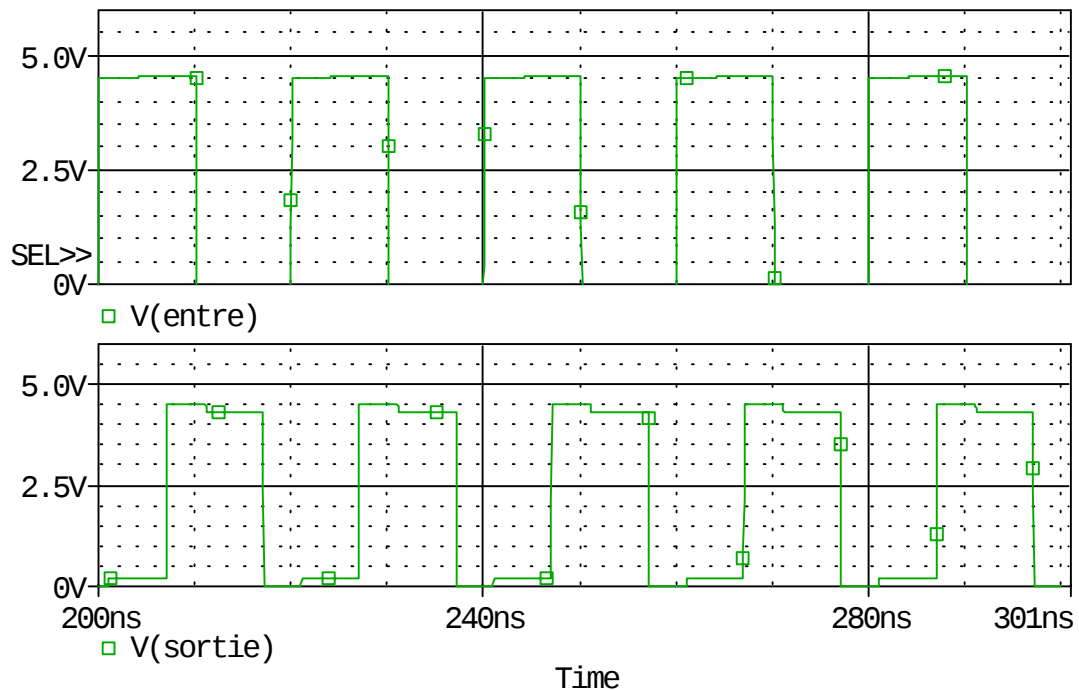
Afin de supprimer ce problème, on adapte en sortie avec une résistance de 50 Ω . Voici les courbes obtenues.

propagation sur lignes sans pertes

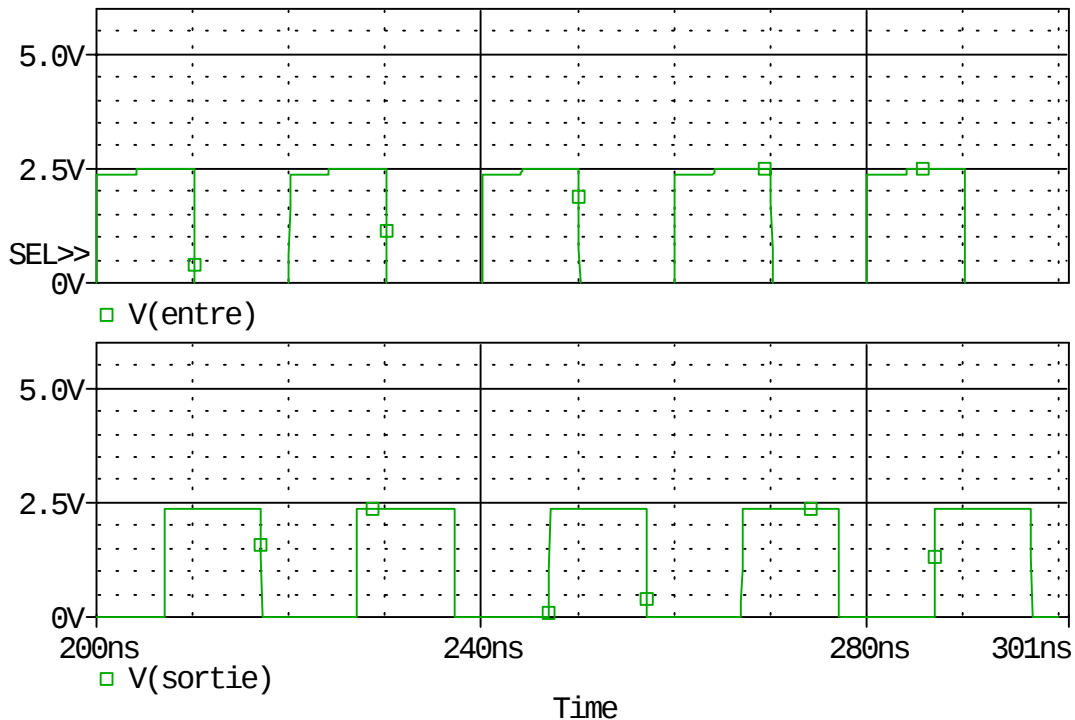


On constate cette fois la disparition des réflexions. La fréquence maximale transmissible est maintenant théoriquement infinie.

Il est cependant peu probable que l'on puisse obtenir exactement la valeur de $50\ \Omega$ pour la résistance de sortie. Imaginons une tolérance de $\pm 10\%$, avec une résistance qui a en fait pour valeur $45\ \Omega$. La simulation suivante affiche les résultats à partir de 200 ns.



On constate de nouveau l'apparition de réflexions qui peuvent être fortement atténuée si on adapte aussi en entrée avec $50\ \Omega$.

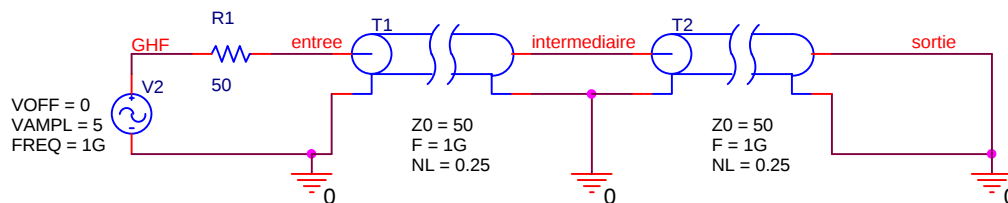


Sur les liaisons numériques, on adapte ainsi plus ou moins suivant la rapidité désirée. On trouve également des résistances de terminaison de ligne lorsque plusieurs émetteurs récepteurs sont présents sur la ligne (liaisons RS485 par exemple).

2 Etude en régime sinusoïdal

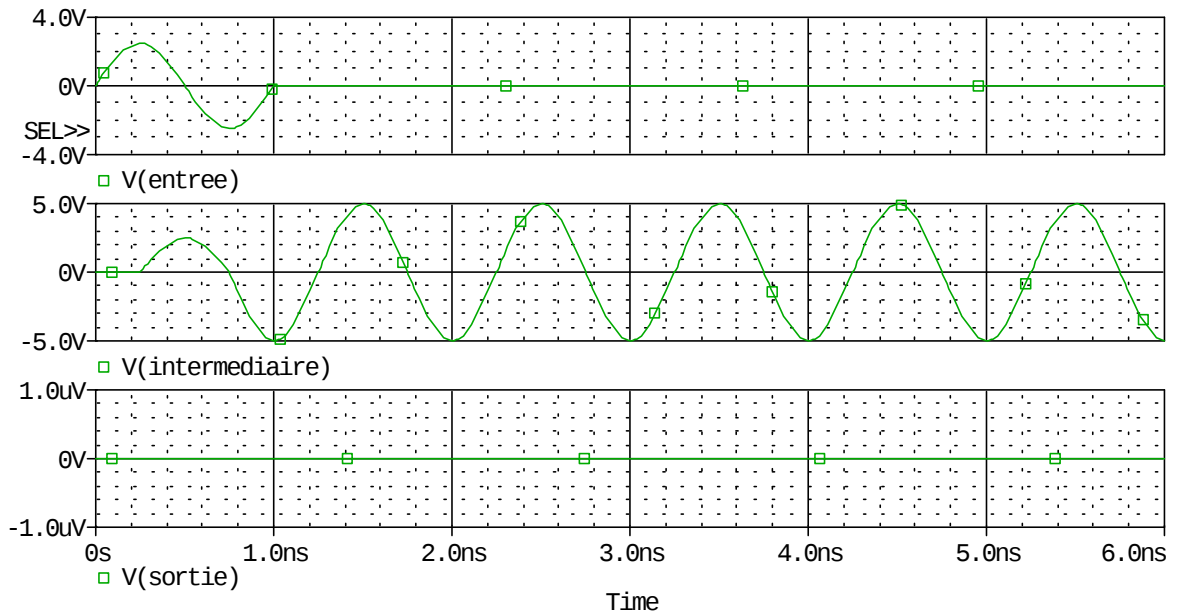
2.1 Tension le long de la ligne

Afin de vérifier que la tension est différente suivant l'endroit où l'on se trouve sur la ligne, simulons le schéma suivant, sur lequel cette fois les lignes sont définies par leur longueur relative (0,25 sur l'exemple), à une fréquence donnée (1 GHz sur l'exemple). La source d'alimentation est **Vsin** de la bibliothèque **SOURCE**.

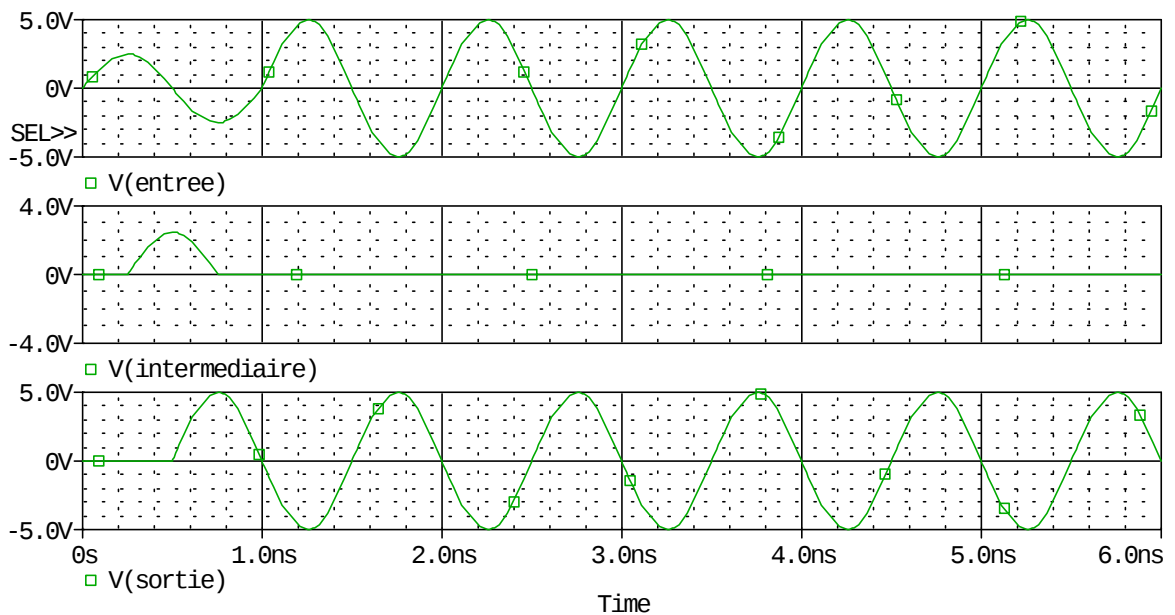


Avec la sortie en court-circuit on obtient les chronogrammes suivants aux différents endroits de la ligne (temps de simulation 6 ns avec un pas de 0,1 ns) :

propagation sur lignes sans pertes



et pour un circuit ouvert en sortie (attention, dans Pspice, une résistance ne peut avoir une valeur nulle ou infinie, pour représenter ces cas il faut donc court-circuiter par un fil ou ouvrir la connexion).



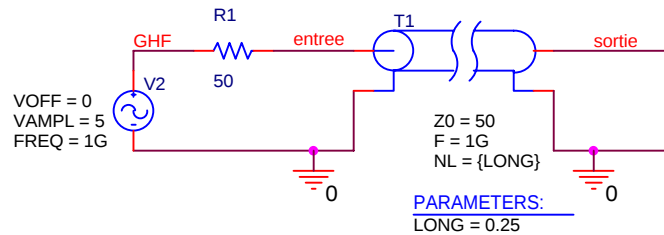
Justifier l'allure des courbes (régime transitoire et régime établi).

Faire des essais avec différentes valeurs de résistances de charge (dont 50 Ω).

2.2 Evolution des tensions courants et impédances en fonction de la longueur de ligne

Pour pouvoir tracer ces courbes, nous utiliserons le schéma suivant, avec dans un premier temps un court-circuit en sortie.

propagation sur lignes sans pertes



La longueur de ligne est devenue un paramètre.

Pour cela, dans l'éditeur de propriété de la ligne (double clic sur le composant), on déclare la valeur {LONG} pour NL (attention à la syntaxe), puis on place sur le schéma le symbole **PARAMETERS** de la bibliothèque **SPECIAL**. Dans l'éditeur de propriété de celui-ci, on déclare une nouvelle propriété (**New**), que l'on appelle LONG (sans les accolades), à laquelle on donne une valeur par défaut (0,25 par exemple). On demande ensuite l'affichage du nom et de la valeur de celle-ci (**Display...** puis **Display format** puis **Name and value**).

Dans le profil de simulation, on déclare ensuite une simulation paramétrique (**Parametric Sweep**) pour un paramètre global (**Global parameter**), en précisant le nom du paramètre (**Parameter name**), puis sa plage de variation ou ses valeurs particulières.

Effectuer un essai pour la longueur de ligne variant de 0,001 à 0,501 par pas linéaire de 0,25 (il n'est pas possible de déclarer de valeur nulle). Analyser les résultats obtenus.

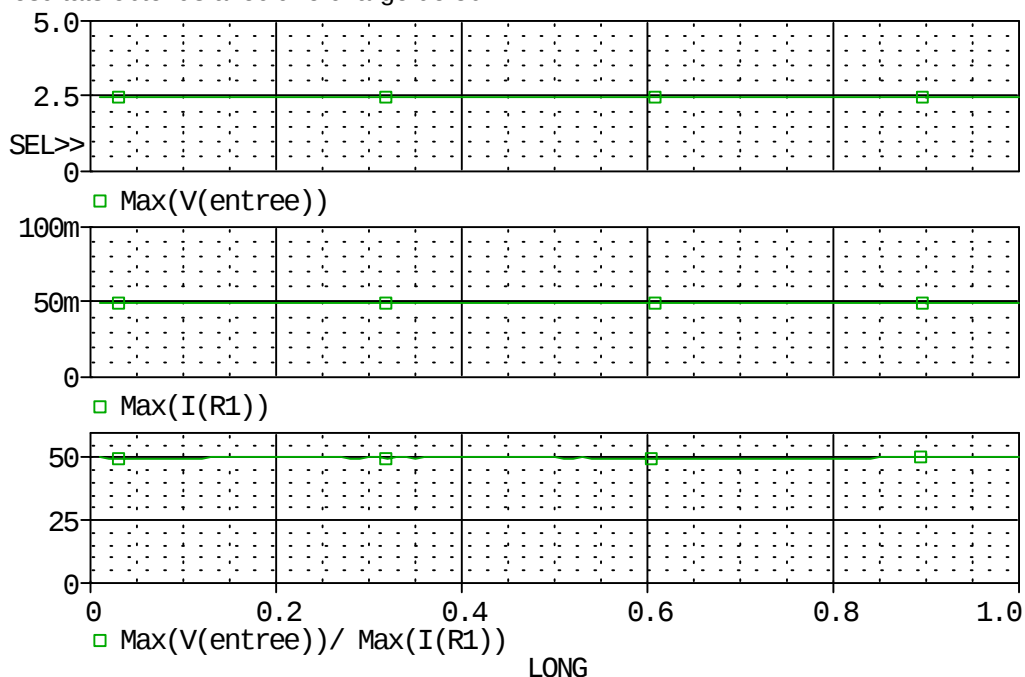
Nous allons maintenant tracer l'évolution des variables, non plus en fonction du temps, mais en fonction du paramètre, à savoir la longueur de la ligne.

Effectuer dans un premier temps une simulation paramétrique de 5 ns en ne conservant les données qu'après 2 ns de façon à ne garder que le régime établi (pas de calcul 0,01 ns). Le paramètre LONG variera de 0,01 à 1 par pas de 0,01.

Déclarer au logiciel que l'abscisse souhaitée n'est plus le temps, mais la longueur ; dans la fenêtre de simulation, dans le menu **Trace**, valider l'option **Performane analysis...** puis **OK**.

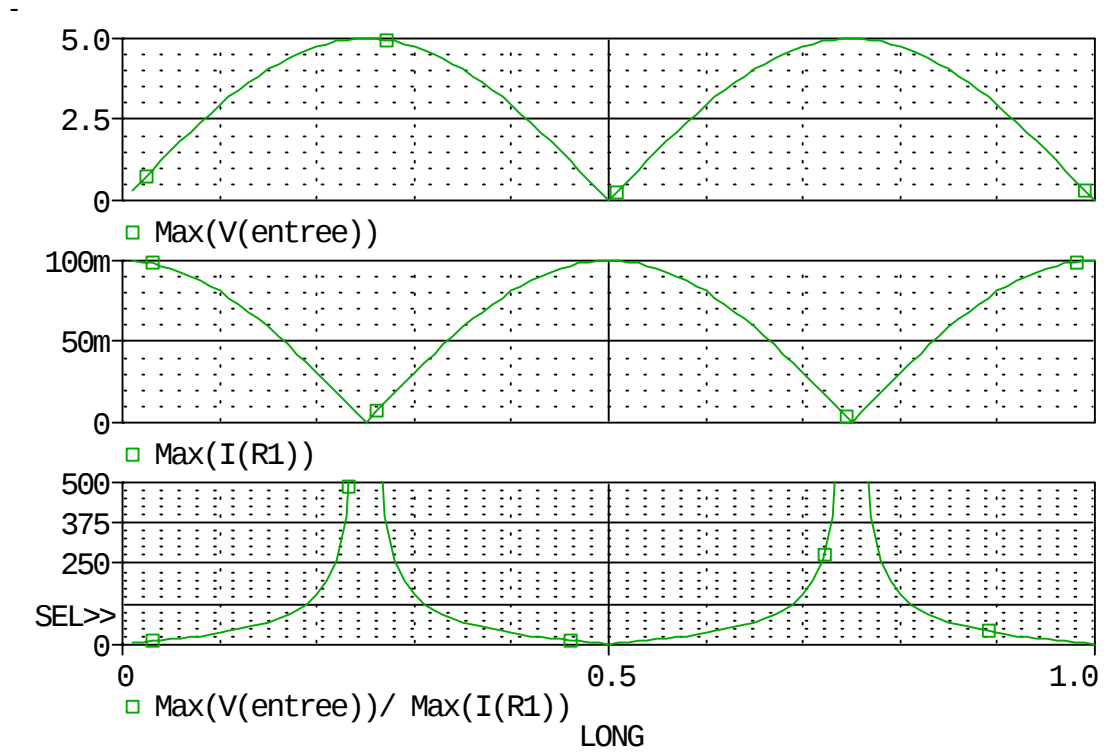
On a alors accès par l'intermédiaire du menu **Trace / Add Traces** au différentes « **Goal Functions** » qui nous permettront de déterminer le maximum d'une tension ou d'un courant (fonction MAX) et de faire le rapport de deux afin d'obtenir le module de l'impédance.

Voici les résultats obtenus avec une charge de 50 Ω :

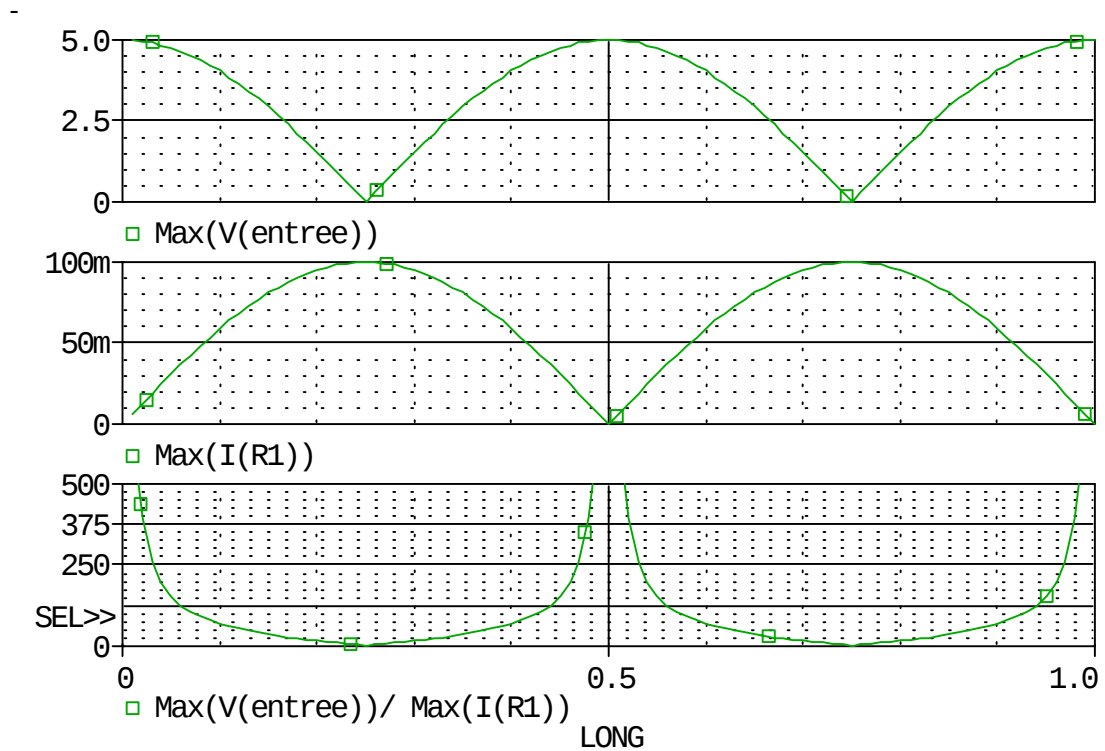


- un court-circuit en sortie :

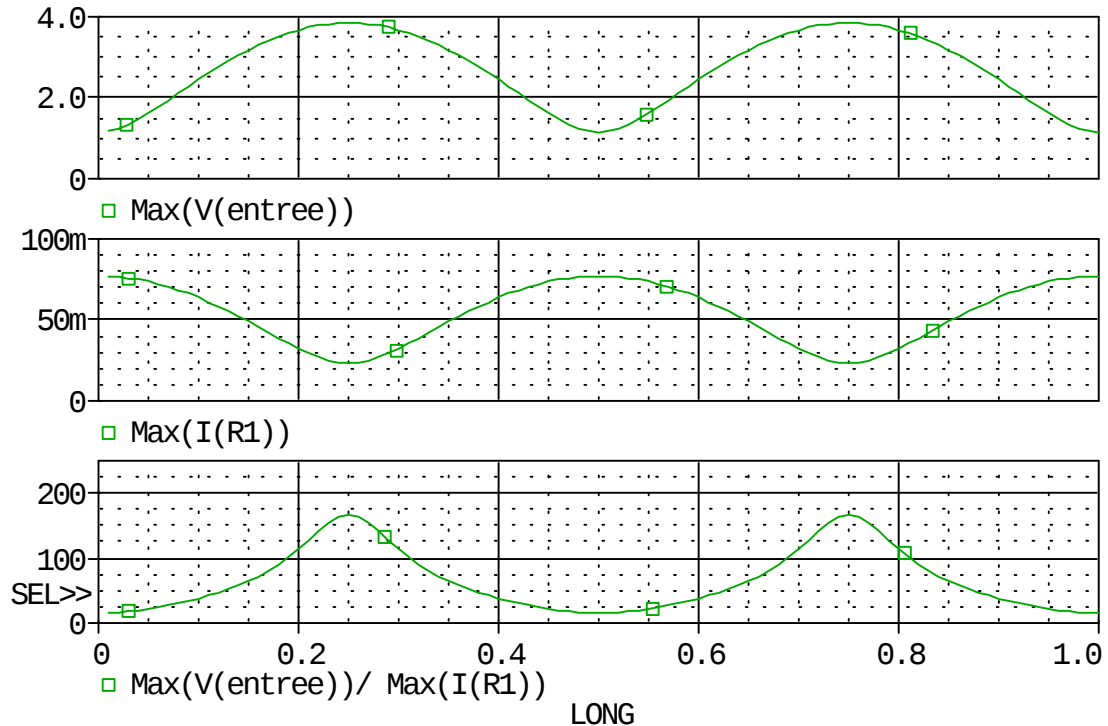
propagation sur lignes sans pertes



- un circuit ouvert en sortie :



- une résistance de charge de 15 Ω :



Justifier l'allure des courbes obtenues.

Effectuer des simulations pour différentes valeurs de résistances de sortie.

2.3 Equations théoriques

Nous allons maintenant justifier la forme de ces courbes en les traçant à partir des équations que nous donne la théorie pour une ligne sans perte.

2.3.1 Equations d'une onde

a) Rappeler l'expression complexe $\underline{V}$ (sous forme exponentielle) d'une tension $v(t)$ sinusoïdale d'amplitude V de phase instantanée quelconque $\omega t + \phi$.

Donner, en fonction de $\underline{V}$ l'expression de la représentation temporelle $v=f(t)$.

Que deviennent toutes ces équations dans le cas d'une cosinusoïde ?

b) En vous inspirant de ce qui précède, donner l'expression complexe $\underline{V}$ (sous forme exponentielle) d'une tension $v(z)$ sinusoïdale en fonction de la distance z . On appellera constante de propagation β le coefficient de proportionnalité de z et on exprimera β en fonction de la longueur de l'onde λ .

Donner la représentation de cette tension en fonction de la distance pour une phase nulle à l'origine $z=0$. Donner alors la nouvelle expression de $\underline{V}$.

c) On considère maintenant une onde variant avec la distance z et le temps t . Donner son expression complexe.

Montrer en représentant graphiquement l'onde en fonction de la distance, à deux instants différents, que celle-ci peut être vue comme une onde progressive se déplaçant à une vitesse c (pour célérité). Exprimer les valeurs de z pour lesquelles l'argument de l'onde est le même. En déduire l'expression de c en fonction de β et ω . Dans quel sens se propage l'onde ?

Donner l'expression d'une onde se propageant en sens inverse.

Dans ce qui va suivre, nous nous intéresserons à la propagation d'une onde sur une **ligne sans pertes** et d'**impédance caractéristique réelle R_C** . La ligne est **adaptée du côté du générateur**.

2.3.2 Propagation sur ligne sans pertes

a) Sur une ligne de transmission, la tension est due à la somme d'une onde incidente $\underline{V}_i$ d'amplitude V^+ et d'une onde réfléchie $\underline{V}_r$ d'amplitude V^- . Donner l'expression de cette tension, en fonction des termes d'amplitude, de phase et de la distance z sur la ligne. On prendra la sortie du générateur comme référence de distance.

b) Afin de simplifier l'écriture, on notera :

$$\underline{V}_i = \underline{A}_i e^{-j\beta z}$$

$$\underline{V}_r = \underline{A}_r e^{j\beta z}$$

Donner les expressions de $\underline{A}_i$ et $\underline{A}_r$.

c) De la même manière, le courant circulant sur la ligne est la somme d'un courant incident $\underline{I}_i$, et d'un courant réfléchi $\underline{I}_r$:

$$\underline{I}_i = \underline{B}_i e^{-j\beta z}$$

$$\underline{I}_r = \underline{B}_r e^{j\beta z}$$

Si R_C est l'impédance caractéristique de la ligne, exprimer $\underline{B}_i$ et $\underline{B}_r$ en fonction de $\underline{A}_i$ et $\underline{A}_r$.

2.3.3 Facteur de réflexion et taux d'ondes stationnaire

a) Le facteur de réflexion $\underline{\rho}$ est défini comme le rapport des ondes incidentes et réfléchies le long de la ligne ; il dépend donc de l'endroit où on se trouve sur cette ligne :

$$\underline{\rho} = \frac{\underline{V}_r}{\underline{V}_i}$$

Exprimer $\underline{\rho}$ en fonction des termes d'amplitude, de phase et de distance des questions précédentes. Comment évolue module de $\underline{\rho}$ sur une ligne sans perte?

b) Supposons pour simplifier que la charge R_U est purement réelle. Définissons un coefficient de réflexion ρ au niveau de la charge, comme le rapport de la tension réfléchie sur la tension incidente en bout de ligne.

Cette hypothèse simplificatrice va nous permettre d'aborder le problème avec des termes purement réels dans un premier temps.

Exprimer R_U en fonction des tensions incidente v_U^+ et réfléchie v_U^- en bout de ligne, et de R_C .

Exprimer maintenant R_U en fonction de ρ et de R_C .

Modifier l'expression pour avoir ρ en fonction des résistances. Entre quelles valeurs évolue le coefficient de réflexion?

c) On définit le taux d'ondes stationnaires (TOS ou ROS) comme le rapport entre les amplitudes maximales et minimales le long de la ligne. Exprimer ce dernier en fonction de ρ (on supposera une longueur de ligne supérieure à la moitié de celle λ de l'onde).

2.3.4 Puissance transmise et réfléchie

Le fait de choisir une représentation complexe $\underline{V} = V e^{-j\omega t}$ pour un signal qui est un signal réel d'équation $v = V \cos(\omega t)$ simplifie beaucoup les calculs des formes d'ondes sur la ligne. Cependant, le signal exponentiel et le signal réel ne transportent pas la même puissance. La représentation spectrale du signal exponentiel ne comprend en effet qu'une seule raie d'amplitude V , soit une

puissance normalisée (dans une résistance de $1\ \Omega$) de V^2 , tandis que le spectre du signal réel contient 2 raies (à $\pm\omega$) d'amplitude $V/2$, soit une puissance de $2 \cdot V^2/4 = V^2/2$, ce qui correspond bien au résultat habituel (on rappelle que $\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$).

La puissance dite d'interaction d'un signal complexe $\underline{V}$ sur un signal complexe $\underline{I}$ est définie comme :

$$\underline{S} = \underline{V} \cdot \underline{I}^*$$

Pour retrouver la puissance active moyenne d'un signal réel sinusoïdal avec une représentation exponentielle, il suffit de prendre la moitié de la partie réelle :

$$P = 0,5 \operatorname{Re}(\underline{V} \underline{I}^*)$$

et pour ce qui concerne la puissance réactive, la moitié de la partie imaginaire :

$$Q = 0,5 \operatorname{Im}(\underline{V} \underline{I}^*)$$

a) Vérifier les expressions précédentes

b) Dans le cas de la ligne précédente avec une charge résistive, donner les expressions des puissances transportées par les ondes incidentes et réfléchies.

En déduire la puissance transmise à la charge.

Exprimer la puissance transmise à la charge et réfléchiée en fonction de $\underline{\rho}$.

Conclusion ?

2.3.5 Impédance

a) Calculer l'impédance le long d'une ligne de transmission en fonction de $\underline{\rho}$ et R_C .

b) D'après l'expression que nous avons trouvée de $\underline{\rho}$, comment passe-t-on de la valeur de $\underline{\rho}$ en un point z_1 de la ligne à celle en un point z_2 ?

c) Dans le cas d'une ligne de longueur ℓ chargée par une impédance Z_u , donner la valeur complexe du coefficient de réflexion au niveau de la charge en fonction des différentes impédances.

d) En déduire, d'après b) sa valeur en début de ligne ($z=0$).

Exprimer maintenant, d'après la valeur de l'impédance d'entrée de la ligne en fonction de R_C , Z_u et ℓ .

e) Dans le cas d'une ligne en court-circuit, puis en circuit ouvert, représenter en fonction du temps les tensions et courants incidents, réfléchis sur une longueur de 2λ ; par pas de $\lambda/4$.

En déduire l'évolution du module des tension et courant le long de la ligne.

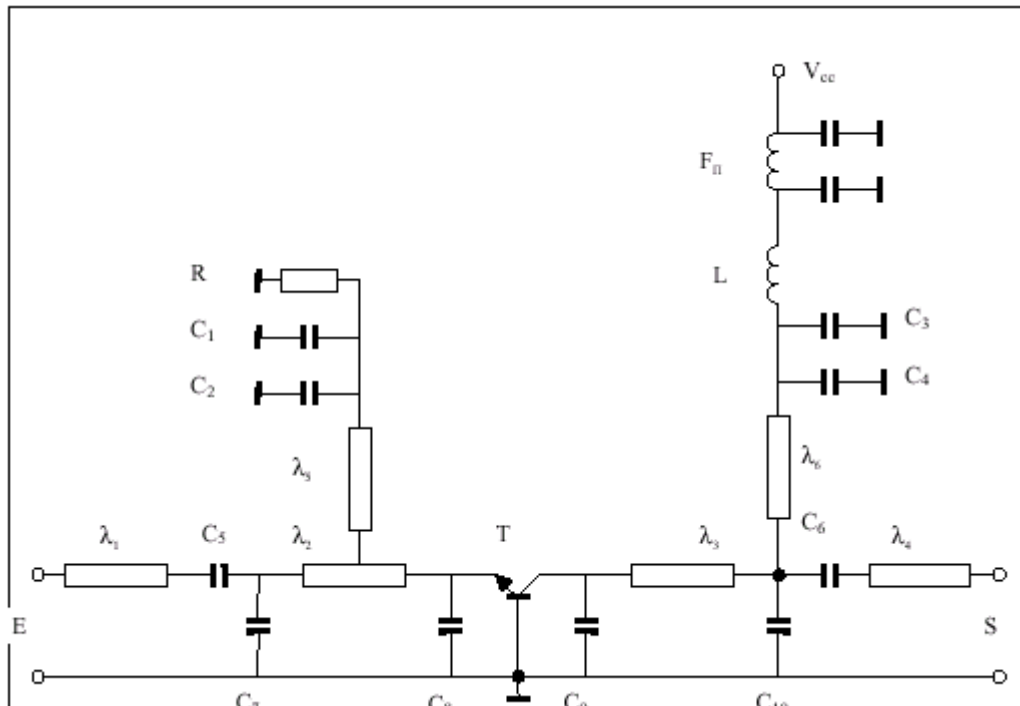
Tracer ensuite l'évolution du module, de la phase et de la partie imaginaire de l'impédance le long de la ligne.

2.4 Applications

On se propose d'étudier l'étage de sortie d'un émetteur radiofréquence, ainsi que son circuit d'attaque d'antenne. Nous nous inspirerons pour cela de l'application proposée par le CERGE, dont le schéma structurel est donné ci-après.

Il s'agit d'un amplificateur fonctionnant à 2,3 GHz et fournissant une puissance de 3,6 W sur $50\ \Omega$ (soit 35,5 dBm) pour un gain de 6 dB (alimentation en 24 V). Le transistor est polarisé en classe C, en montage « base commune » (si toutefois on peut parler de base commune en classe C).

La polarisation du circuit d'entrée, réalisé par les éléments C_1 , C_2 , R , λ_3 , et celle du circuit de sortie réalisée par les éléments F_n , L , C_3 , C_4 , λ_6 , permettent d'imposer un potentiel d'émetteur supérieur à celui de la base, le circuit $R(C_1+C_2)$ associé à la base du transistor se comportant comme un détecteur d'enveloppe.



étage de sortie d'un émetteur 2,3 GHz (d'après un document du CERGE)

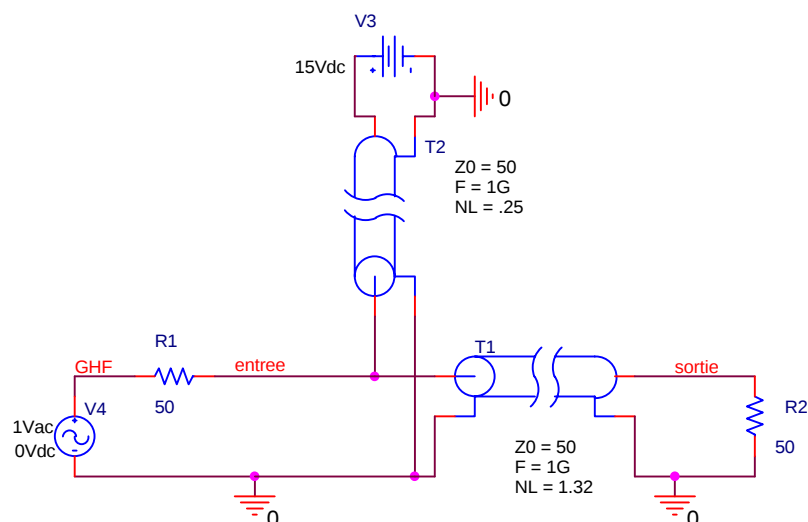
Le lignes λ_1 et λ_4 sont juste des lignes de transmission 50Ω , tandis que les condensateurs C_5 et C_6 assure le couplage avec les étages précédents et suivants.

Le circuit en π : $C_7 \lambda_2 C_8$ assure l'adaptation d'impédance de l'entrée du transistor avec l'impédance de 50Ω de l'étage précédent.

Le circuit en π : $C_9 \lambda_3 C_{10}$ assure l'adaptation avec l'antenne 50Ω , ainsi que le filtrage du signal (circuit résonnant de l'amplificateur classe C).

Afin de simplifier la lecture des simulations, nous supposons que l'amplificateur fonctionne à 1 GHz ; nous limiterons d'autre part notre étude à la polarisation de l'étage de sortie de l'amplificateur, et à la liaison avec l'antenne.

Cette dernière, modélisée par une résistance de 50Ω dans un premier temps, est reliée à la sortie de l'amplificateur par une ligne 50Ω de longueur quelconque (1,32 fois la longueur d'onde sur le schéma de simulation).

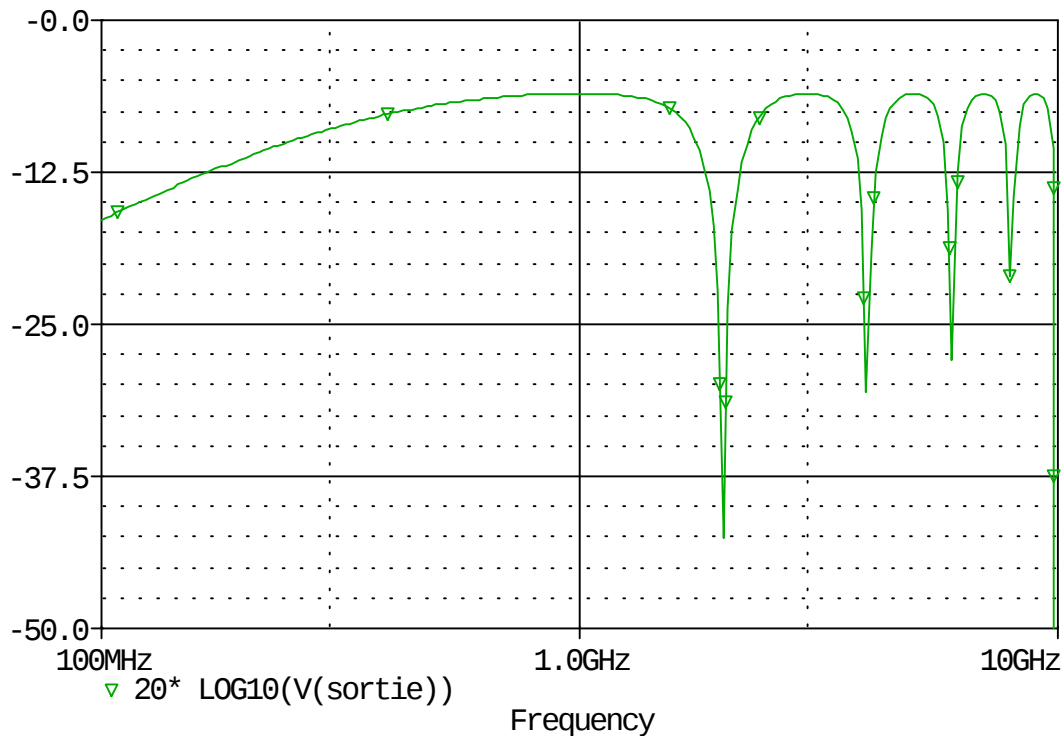


L'étage de sortie de l'amplificateur est modélisé par une force électromotrice en série avec une résistance de 50Ω . Seule la polarisation continue est présente sur le schéma, par l'intermédiaire d'un générateur continu relié par une ligne 50Ω de longueur relative $\lambda/4$ pour le 1 GHz.

Remarque : les symboles des lignes dans Pspice laissent penser que nous avons affaire à des lignes coaxiales, mais hormis la liaison avec l'antenne, il s'agit de lignes micro-ruban.

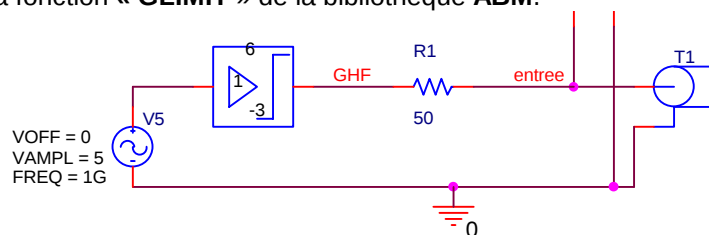
Montrer que la ligne de polarisation ne perturbe pas le signal utile à 1 GHz.

Une simulation en sinusoïdal (source **Vac** de la bibliothèque **SOURCE**, et **AC Sweep** dans le profil de simulation, pour un balayage de 0,1 GHz à 10 GHz avec 100 points par décade) donne la réponse suivante de la tension de sortie vis à vis de celle d'entrée. Justifier cette courbe, en particulier la position des zéros de transmission, et la valeur du gain pour le signal utile.



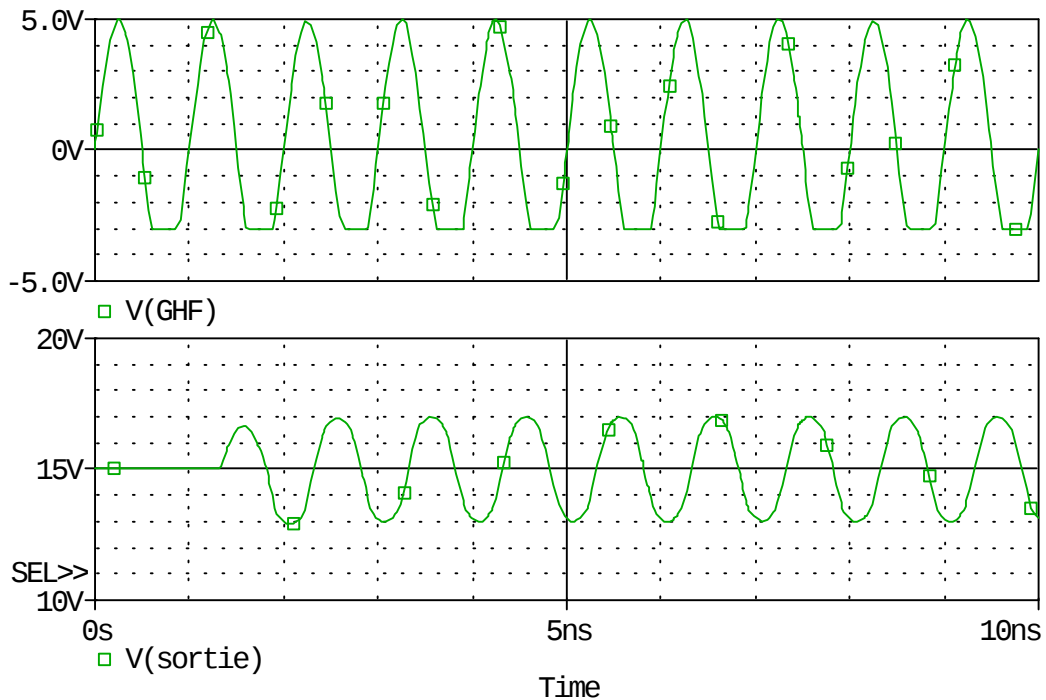
Sachant que le signal à la sortie de l'amplificateur (amplificateur classe C) risque d'être distordu, quel intérêt, autre que transmettre le continu, présente la ligne à $\lambda/4$.

Afin de vérifier, on passe dans le domaine temporel en introduisant une non-linéarité sur le signal de sortie au moyen de la fonction « **GLIMIT** » de la bibliothèque **ABM**.



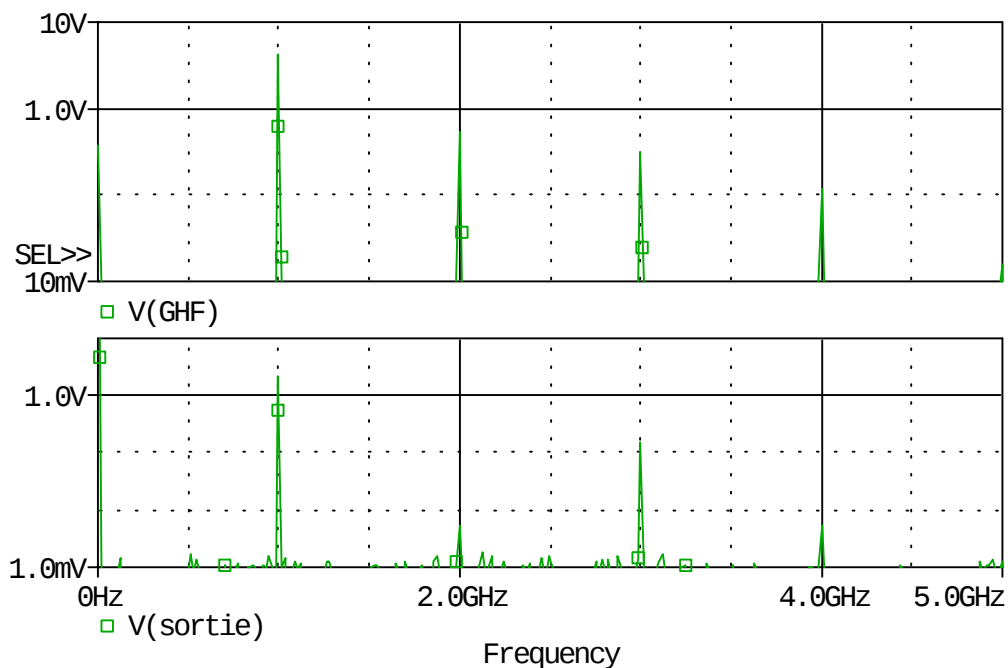
La simulation donne alors le résultat suivant :

propagation sur lignes sans pertes



Comme on peut le constater, la distorsion du signal est atténuée.

La figure suivante donne une analyse en série de Fourier des signaux (dans le profil de simulation, configurer afin de ne pas tenir compte des données avant 3 ns pour éviter le transitoire ; durée de l'analyse 60 ns, affichage des amplitudes en échelle logarithmique).



Comment modifier les paramètres de la ligne pour obtenir une suppression de l'harmonique 3 ? Vérifier par simulation.

Sur notre schéma de simulation, le filtre de sortie n'étant pas représenté, il n'y a donc pas de condensateur pour empêcher le continu d'arriver à l'antenne. Afin de s'intéresser maintenant aux problèmes de puissances, supprimer la partie polarisation du schéma.

Prédéterminer la puissance moyenne utile (à 1 GHz) au niveau de l'antenne. Vérifier avec une simulation (supprimer la non-linéarité et afficher « $\text{AVG}(V(\text{sortie}) * I(R2))$ »).

L'impédance de l'antenne est maintenant 5Ω . Prédéterminer la nouvelle puissance moyenne et vérifier par la simulation. On rappelle que l'impédance d'entrée Z_E d'une ligne en fonction de l'impédance de charge Z_U , de la longueur de ligne z et de la longueur d'onde λ est donnée par :

$$Z_E = R_C \frac{Z_U + j R_C \operatorname{tg} \frac{2 \pi z}{\lambda}}{R_C + j Z_U \operatorname{tg} \frac{2 \pi z}{\lambda}}$$

Afin de réaliser l'adaptation, on remplace la ligne de sortie par un transformateur quart d'ondes, c'est à dire une ligne à $\lambda/4$ à la fréquence de travail, dont l'impédance caractéristique est choisie de manière à obtenir l'impédance d'entrée souhaitée. Calculer cette impédance caractéristique et vérifier l'adaptation par la simulation.

Bibliographie

Electronique radiofréquence par A. Pacaud chez Ellipse
Les micro-ondes par R. Badoual, Ch. Martin, S. Jacquet chez Masson
Micro-ondes par PF Combes chez Dunod